

Teljesítményértékelés és portfólióoptimalizálás a feltörekvő európai részvénytőzsiacokn: Empirikus elemzés Magyarország és Románia esetén

Kulcsár Edina Éva¹ – Veres Edit¹ – Fogarasi József^{1,2}

ABSZTRAKT: A tanulmány célja két vezető közép- és kelet-európai részvényindex – a magyar BUX és a román BET – összehasonlító kockázat- és teljesítményelemzése. Megvizsgáljuk, hogy a különböző kockázati és teljesítménymutatók alkalmazása befolyásolja-e a befektetés vonzerejének megítélését, illetve, hogy a részvények súlyának módosítása a portfóliókon belül hogyan járul hozzá a hozam és kockázat kapcsolatának optimalizálásához. Tekintettel a növekvő globális pénzügyi bizonytalanságokra és a feltörekvő piacok sajátos jellemzőire, a kutatás jelentős tudományos és gyakorlati jelentőséggel bír a befektetők és a politikai döntéshozók számára egyaránt. Az elemzés során a BUX és a BET indexek napi záróárfolyamát, valamint az őket alkotó részvények súlyait használtuk fel 2021. január és 2025. április között. A portfóliók robusztus optimalizálása érdekében korszerű statisztikai módszereket alkalmaztunk R statisztikai szoftverrel. Ezek között szerepeltek a hagyományos teljesítménymutatók (Sharpe-, Treynor-, Jensen-mutató) és a korszerű kockázati mérőszámok (VaR, CVaR, szemivariancia). Az eredmények azt mutatják, hogy a magyar portfóliók magasabb hozam-volatilitás aránnyal rendelkeznek, azaz kedvezőbb kockázat-hozam kombináció jellemzi őket.

A portfólióoptimalizálás kimutatta, hogy a stratégiai súlymódosítások jelentősen javítják a portfólió teljesítményét.

KULCSSZAVAK: kockázat, teljesítmény, portfólióelmélet, teljesítményelemzés

JEL-KÓDOK: G10, G11, G12, G15

DOI: https://doi.org/10.35551/PFQ_2025_3_3

1 Partiumi Keresztény Egyetem, Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar, Közgazdaságtudományi Tanszék, kulcsar.edina@partium.ro

2 Óbudai Egyetem, Budapest, Magyarország, Keleti Károly Gazdasági Kar, 1084 Budapest, Tavaszmező utca 17, fogarasi.jozsef@kgk.uni-obuda.hu

Bevezetés

Napjaink volatilitással, bizonytalansággal és növekvő összefonódottsággal jellemezhető pénzügyi környezetben a megalapozott befektetési döntéshozatal egyszerre vált összetettebbé és erőforrás igényesebbé. A modern portfólióelmélettel összhangban a racionális befektetőkről feltételezzük, hogy kockázatkerülők, azaz igyekeznek optimalizálni a várható hozam és a kockázati kitettség közötti egyensúlyt (Elton és Gruber, 1997). A kockázat ebben az összefüggésben a pénzügyi piacok szerves velejárója, és megfelelő kezelés mellett az értékteremtés lehetőségét hordozza magában (Shachmurove, 2000). Ez az elv különösen fontos a feltörekvő európai gazdaságokban, ahol a pénzügyi piacok még fejlődésben vannak, és számottevő szerkezeti különbségek mutatkoznak az egyes tőzsdék között (Murinde és szerzőtársai, 2001). A közép-kelet-európai (KKE) feltörekvő részvénytársaságok egyre nagyobb jelentőséggel bírnak gyors növekedésüknek és egyedi poszt-transzformációs dinamikájuknak köszönhetően (Baele és szerzőtársai, 2015). E piacok tipikusan kisebbek és kevésbé likvidek, mint nyugat-európai társaik, befektetői és tulajdonosi szerkezetük, szabályozási környezetük és makrogazdasági sokkokkal szembeni érzékenységük is eltérő (Stereńczak, 2024). A közép- és kelet-európai (KKE) országok, azon belül Magyarország és Románia, új szemléltető környezetet biztosítanak a tőkepiacok kockázat- és teljesítménydinamikájának vizsgálatához. Ezek a gazdaságok az elmúlt három évtizedben jelentős átalakuláson mentek keresztül, a központilag tervezett rendszerekből a piacorientált keretek felé mozdultak el. Következésképpen pénzügyi piacaik egyenetlenül fejlődtek és mostanra a piaci likviditás, a befektetői magatartás, a szabályozási környezet és a makrogazdasági sokkoknak való kitettség tekintetében eltérő jellemzőket mutatnak. Annak ellenére, hogy földrajzilag közel vannak egymáshoz és gazdaságilag összefonódnak, a magyar és a román részvénytársaságok mérete, összetétele és befektetői struktúrája jelentősen eltér egymástól.

Bár a portfólióteljesítmény és a kockázatkezelési gyakorlatok terén már számos kutatás született, a meglévő kockázati mutatók gyakran komoly korlátokkal rendelkeznek, különösen a szélsőséges kockázatok megragadásában, amelyek a feltörekvő piacokon különösen is hangsúlyosak. A hagyományos kockázati mérőszámokat, mint például a varianciát és a kockázatosított értéket (VaR), kritikák érik, amiért a normál eloszlású hozamokat feltételeznek, illetve mert nem elég érzékenyek a rendkívüli piaci eseményekre (Aldieri és szerzőtársai, 2023; Iglesias, 2015). Az ilyen mutatók alábecsülhetik a valós befektetési kockázatot az olyan piacokon, amelyeket fokozott volatilitás, alacsony forgalom és strukturális törések jellemeznek – mint amilyen Magyarország és Románia is (Mladenović és szerzőtársai, 2012; Smolović és szerzőtársai, 2017). Annak ellenére, hogy e piacok jelentősége egyre növekszik, még mindig kevés az olyan összehasonlító empirikus tanulmány, amely kifejezetten a portfólió-optimalizálási stratégiákra és az alternatív kockázati mutatók robusztusságára összpontosít a magyar és román környezetben. E hiány pótlása alapvető fontosságú a portfólió-optimalizálási módszertanok finomítása és a befektetői döntéshozatal javítása szempontjából a változó és feltörekvő európai pénzügyi színtéren.

E tanulmány célja Magyarország és Románia vezető részvényindexeinek – nevezetesen a BUX (Budapesti Értéktőzsde) és a BET (Bukaresti Értéktőzsde) – összeha-

sonlító teljesítmény- és kockázatelemzése. Az elemzés két fő célkitűzés köré épül. Először is azt kívánja értékelni, hogy a különböző kockázati és teljesítménymutatók alkalmazása a portfólió vonzerejének eltérő értelmezését eredményezi-e. Másodsor azt vizsgálja, hogy a portfólió részvényeinek összetételét és súlyát megváltoztatva lehet-e javítani a teljesítményt a kockázat hatékonyan kezelése mellett.

A kutatás jelentősége abban rejlik, hogy a befektetők egyre nagyobb érdeklődést mutatnak a regionális piacok közötti diverzifikáció iránt, különösen a globális pénzügyi bizonytalanságok közepette. Ezen túlmenően az IFRS (International Financial Reporting Standards) szerinti szabályozási harmonizáció, beleértve az IFRS 17 elfogadását biztosítási ágazatban, kiemelte a határokon átnyúló átlátható és összehasonlítható pénzügyi beszámolás fontosságát, ami tovább fokozza a szilárd, országok közötti pénzügyi elemzések szükségességét.

Ez a tanulmány több szempontból is hozzájárul a szakirodalomhoz. Először is, a hagyományos (Sharpe, Treynor, Jensen) és a korszerűbb (CVaR, szemivariancia) teljesítmény- és kockázati mérőszámok alkalmazásával árnyaltan értékeli a közép- és kelet-európai régió két reprezentatív részvényt piacát. Másodsor, a tanulmány modern portfólióoptimalizálási technikákat integrál R-alapú statisztikai eszközökkel, hogy különböző kovariancia-becslési módszereken alapuló hatékony és ún. tangens, határportfóliókat építsen. Végül az empirikus elemzés feltárja, hogy az olyan piaci sajátosságok, mint az indexösszetétel, a bétaérzékenység és a kockázat dekompozíció hogyan befolyásolják az általános befektetési vonzerőt.

A tanulmány következő része a pénzügyi kockázatra, a teljesítménymérésre és a portfólióoptimalizálási technikákra vonatkozó szakirodalom áttekintését tartalmazza. Utána bemutatja a kutatási módszertant, beleértve az adatforrásokat, a minta jellemzőit és az elemzési eszközöket. Majd az empirikus elemzés és a portfóliószimulációk eredményeit tárgyalja. Végül összefoglalja a következtetéseket és a befektetőkre, a politikai döntéshozókra és a további tudományos kutatásokra vonatkozó következményeket.

Irodalmi áttekintés

A kockázat és teljesítménymérés mind az elméleti, mind az alkalmazott pénzügyekben egy központi szerepet foglal. Knight (1921) munkássága meghatározó a kockázat és bizonytalanság közötti különbséget tekintően – kutatásaiban megfogalmazza, hogy míg a kockázat számszerűsíthető és mérhető, addig a bizonytalanság nem. Ez az elméleti megkülönböztetés lényegében alapkőnek tekinthető a befektetési viselkedésre és eszközarázásra nézve.

A Markowitz (1952, 1959) által kidolgozott modern portfólióelmélet (MPT) szerint a befektetők olyan optimális portfóliókat állíthatnak össze, amelyek adott hozamszint mellett minimalizálják a varianciát, azaz a kockázatot. Ehhez az elmülethez köthető a diverzifikáció is, mint kockázatsökkentő stratégia. Emellett erre épülnek a bizonyos kockázattal korrigált mérőszámok is mint a Sharpe-ráta, Treynor-ráta, illetve a Jensen's alfa, amelyek a hozam és a kockázat különböző mérőszámai alapján határozhatók meg. Ezen modellek lényegében a portfólió elmüleltre alapszanak kü-

lönösen a különböző piacokra végzett összehasonlító kutatások. Ugyanakkor a piacok fokozódó globalizálódásával a diverzifikáció előnyei csökkenhetnek. Salahuddin és szerzőtársai (2020) kimutatták, hogy a feltörekvő és határpiacon a válság utáni időszakban csak kevés diverzifikációs lehetőséget kínáltak a nemzetközi befektetők számára a válság előtti időszakhoz képest, ami arra is rámutat, hogy a növekvő integráció korlátozhatja a nemzetközi portfóliók kockázatsökkentő potenciálját.

A modern portfólió elmélet (MPT-Modern Portfolio Theory) továbbfejlesztése a tőkepiaci árfolyamok modelljének (Capital Asset Pricing Model – CAPM) (Sharpe, 1964; Lintner, 1965; Treynor, 1961), ami már integrálta a szisztematikus kockázatot az eszközárzási modellbe. A CAPM modell alapfeltevése, hogy a piacok hatékonyan működnek és a befektetők racionális, kockázatkerülő szereplők – ilyen kontextusban gyakran vizsgálják a feltörekvő piacok működését, például a közép-kelet-európai országok (KKE) piacait. Horobet és Dumitrescu (2009), valamint Stoica és szerzőtársai (2014) kutatásai rávilágítanak, hogy a közép-kelet-európai régióban a makrogazdasági volatilitás és az intézményi átmenet jelentős hatást gyakorol a piaci dinamikára, amelynek következtében a CAPM modell feltételezései csak korlátozottan érvényesülnek.

Akbulaev és szerzőtársai (2021) például kimutatták, hogy az olaj- és földgázárak ingadozásai jelentős hatást gyakorolnak a részvényindexek hozamára a feltörekvő piacokon, ahogyan azt a török tőzsde esete is mutatja. Az ilyen globális nyersanyagárhatalások olyan szisztematikus kockázati forrásokra hívják fel a figyelmet, amelyeket a hagyományos CAPM nem feltétlenül képes teljes mértékben megragadni. A befektetői magatartás ezeken a piacokon szintén eltér a klasszikus racionalitástól. Lakatos és Botos (2024) – a kilátáselméletre támaszkodva – megállapítják, hogy a befektetési döntések gyakran kockázatkeresővé válnak veszteségek esetén, míg nyereségek esetén kockázatkerülővé. E viselkedési torzítások felerősíthetik a piaci anomáliákat; válságidőszakokban nyájhatásként jelentkeznek. Különösen megfigyelhető, hogy a COVID-19 válság alatt kelet-európai tőzsdéken a nyájviselkedés intenzitása megugrott: a legfrissebb bizonyítékok szerint a pandémia az összes jelentős KKE tőzsdén számottevően fokozott nyájmagatartáshoz és együttmozgáshoz vezetett (Fang és szerzőtársai, 2021). A fundamentális kockázatok és a viselkedési tényezők e konvergenciája hangsúlyozza, hogy a feltörekvő piacokon a hagyományos modelleket szélesebb kockázati szempontokkal szükséges kiegészíteni.

A legújabb szakirodalom hangsúlyozza a lefelé irányuló kockázati intézkedések alkalmazásának fontosságát, különösen a volatilis piacokon. A Value-at-Risk (VaR) és a Conditional Value-at-Risk (CVaR) ma már a teljesítményértékelések standardjai, különösen ott, ahol a hozameloszlások eltérnek a normálistól. A CVaR vagy Expected Shortfall (ES) a VaR-rel szemben előnyt kínál az ún. szélsőértékek kockázatának (tail risk) figyelembevételével, amely fontos jellemzője a nem normális hozameloszlásoknak, és amely gyakran megfigyelhető az átmeneti és kisebb piacokon, például Magyarországon és Romániában (Iglesias, 2015; Aldieri *et al.*, 2023).

A szemivariancia ráadásul egyre nagyobb teret nyer, mint egy kizárólag lefelé irányuló kockázati mérőszám (Rigamonti, 2020), amely különösen fontos a szélsőséges veszteségek elleni védelmet célzó portfóliók esetében. Empirikus értéke a kevésbé diverzifikált portfóliók teljesítményrangsorolási eltéréseiben mutatkozik meg, mint

például a magyar BUX kosár, ahol három részvény uralja az index összetételét. Ezek a meglátások döntő fontosságúak, amikor összehasonlítjuk a kiegyensúlyozottabb román BET indexszel, amely jobb diverzifikációt mutat – ami kulcsfontosságú tényező a nem szisztematikus kockázat mérséklésében. Ahmar és szerzőtársai (2025) kimutatták, hogy két alacsony korrelációjú részvény kombinálása egy feltörekvő piacon (Indonézia) hozzávetőleg 37%-kal csökkentette a portfólió VaR értékét ahhoz képest, mintha bármelyik részvényt önmagában tartották volna. Ez a példa rávilágít a diverzifikáció gyakorlati hasznára a kockázattal korrigált teljesítmény javításában.

Módszertani szempontból az R-ben elérhető portfólióoptimalizálási eszközök, mint például az *efficientPortfolio* és a *tangencyPortfolio*, robusztus mechanizmusokat biztosítanak a kutatók számára az optimális eszközallokációk szimulálásához különböző kockázati metrikák és becslési módszerek alapján. A robusztus becslők (pl. *covEstimator*, a *covOGKEstimator* és a *shrinkEstimator*) használata tükrözi a pénzügyekben alkalmazott korszerű legjobb gyakorlatokat, különösen akkor, ha olyan adathalmazokra alkalmazzák, amelyek potenciális kiugró értékeket vagy kis mintaméretet tartalmaznak, ami a regionális piaci elemzésekben gyakori jellemző (Pfaff, 2016; Würtz *et al.*, 2015).

A KKE-régióban végzett kutatások, például Mladenović *et al.* (2012) és Smolović *et al.* (2017) tanulmányai kiemelik a GARCH és az extrémérték-elmélet (EVT) modellek jelentőségét a VaR- és CVaR-becslések pontosságának javításában. Eredményeik hangsúlyozzák, hogy rugalmasabb és dinamikusabb modellezési technikákra van szükség a piaci sajátosságok és a volatilitás klasztereződésének pontos tükrözése érdekében – olyan jellemzők, amelyek hatással vannak ebben a tanulmányban elemzett portfóliókra is.

A további tanulmányok, például Su (2015), aki a piaci kölcsönös függőségeket és a tovagyrúzó kockázatokat vizsgálta, szintén kiegészítik a jelen tanulmány országközi dimenzióját. Su megállapításai – miszerint a feltörekvő piacok általában magasabb volatilitást és erősebb devizapiaci kapcsolatokat mutatnak – különösen relevánsak a román és a magyar indexek érzékenységének összehasonlítása szempontjából regionális vagy globális sokkok esetén.

A gyakorlati befektetési stratégia tekintetében a kutatás alátámasztja azt az elképzelést, hogy a portfóliósúlyok kiigazítása – ahogyan azt ebben a tanulmányban a 'tangency' és a hatékony portfólió megközelítéssel szimuláltuk – jelentősen javíthatja a teljesítményt, még strukturálisan korlátozott környezetben is. Ez összhangban van Bastin (2017) és Scherer (2010) megállapításaival, akik megjegyezték, hogy a minimális szórású portfóliók a kockázattal korrigált hozamok tekintetében általában felülmúlják a piaci tőke súlyozott stratégiákat.

Ezek az eredmények megerősítik azt a nézetet, hogy a pénzügyi piacok globalizálódásával egyre nehezebbé válik a portfólió kockázatának csökkentése nemzetközi diverzifikáció révén.

Anyag és módszertan

Jelen összehasonlító elemzés a román BET és a magyar BUX részvényindexek kockázat- és teljesítményelemzésével foglalkozik. A 2022-es év első negyedében a magyar BUX indexkosarát alapvetően (88,24%) három vállalat részvényei képezik (1. táblázat): egy kereskedelmi bank (OTP), egy olaj- és gázipari vállalat (MOL) és egy gyógyszeripari vállalat (Richter Gedeon).

1. táblázat. Kutatáshoz felhasznált adatok – Magyarországi BUX részvényindex kosara

Ssz.	Részvények	Cégnév	Súly BUX-ban
1	OTP BANK	OTP BANK	37.55%
2	RICHTER GEDEON	Richter Gedeon Nyrt.	25.91%
3	MOL	MOL Nyrt.	24.78%
4	MAGYAR TELEKOM	Magyar Telekom Nyrt.	5.29%
5	OPUS	OPUS Global Nyrt.	2.13%
6	GRAPHISOFT SE	GRAPHISOFT PARK SE	0.72%
7	4IG	4iG Nyrt.	0.71%
8	ANY	Bármelyik Nyrt.	0.44%
9	MASTERPLAST	Masterplast Nyrt.	0.42%
10	CIGPANNONIA	CIGPANNONIA	0.41%
11	AUTOWALLIS	AutoWallis Nyrt.	0.31%
12	AKKO INVEST	AKKO Invest Nyrt.	0.29%
13	ALTEO	Alteo Nyrt.	0.28%
14	PANNERGY	PannEnergy Nyrt.	0.27%
15	WABERERS	WABERER`S INTERNATIONAL Nyrt.	0.27%
16	APPENINN	Appeninn Nyrt.	0.23%

Forrás: www.bet.hu

A jelen kutatás fontos lehet a portfólió kockázat és teljesítmény elemzését tekintve, főleg a közelmúltbeli geopolitikai változások és az energiaválság kontextusában. 2022 novemberében Magyarországon az infláció 22%-ra emelkedett, amelyhez jelentős mértékben hozzájárult az üzemanyagárak drasztikus emelkedése (Toth et al., 2023). Jelen tanulmány különösen is fontos a geopolitikai változások és az ezekre adott monetáris politikai válaszok egymással összefüggő negatív hatásainak megértéséhez (Kandrács, 2023). Hasonlóképpen, az energiaválság és a geopolitikai változások következtében a román gazdaságban is megemelkedett az infláció, ami fokozott ár növekedést és növekvő kockázatokat jelentet, különösen az energiaszektorban (Topor et al., 2022).

Az empirikus kutatásban a két tőzsdeindex (BUX és BET) napi záróárfolyamait és az őket alkotó részvények súlyait használtuk fel 2021. január 4. és 2025. április 30. között. Az adatokat a Budapesti Értéktőzsde (www.bet.hu) és a Bukaresti Értéktőzsde (www.bvb.ro) hivatalos honlapjáról töltöttük le. A 2022 második negyedévében, a román BET-index jelentős részét (83%) hat részvény képezi (2. táblázat), nevezetesen két kereskedelmi bank (TLV és BRD), ezeket követi egy olyan részvénytársaság, ami a rendszerváltás előtti időszak alatt kisajátított vagyonú személyeket kártalanítja (FP), egy olaj- és gázipari vállalat (SNP), egy földgáztermelő és egy szállítmányozással foglalkozó vállalat (SNG), egy atomenergetikai vállalat (SNN) és egy egészségügyi szolgáltató vállalat (M). Látható, hogy a román BET index nagyobb diverzifikációt mutat, mint a magyar BUX index. Jelen kutatásban, a főbb kockázati és teljesítménymutatók meghatározásához kockázatmentes kamatlábként a vizsgált időszakra vonatkozó magyar (7,13%) és a román (6,65%) 10 éves államkötvényhozamokat használtuk fel.

2. táblázat. Kutatáshoz felhasznált adatok – Romániai BET részvényindex kosara

Ssz.	Részvény	Cégnév	Súlyy BET-ben
1	TLV	Banca Transilvania S.A.	19,90%
2	FP	Fondul Proprietatea	19,47%
3	SNP	Omv Petrom S.A.	18,11%
4	SNG	S.N.G.N. Romgaz S.A.	9,16%
5	BRD	BRD – Groupe Societe Generale S.A.	6,57%
6	SNN	S.N. Nuclearelectrica S.A.	6,00%
7	M	Medlife S.A.	3,38%
8	TGN	S.N.T.T.G.N. Transgaz S.A.	2,84%
9	DIGI	Digi Communications N.V.	2,71%
10	EL	Societatea Energetica Electrica S.A.	2,23%
11	ONE	One United Properties	2,06%
12	TEL	C.N.T.E.E. Transelectrica	1,41%
13	TRP	Teraplast S.A.	1,36%
14	TTS	TTS (Közlekedési Kereskedelmi Szolgáltatások)	1,11%
15	BVB	Bursa De Valori Bucuresti S.A.	0,71%
16	ALR	Alro S.A.	0,67%
17	AQ	Aquila alkatrész Prod COM	0,65%
18	BOR	Purcari Wineries Public Company Limited	0,62%
19	SFG	Sphera Franchise Group	0,55%
20	COTE	Conpet S.A.	0,49%

Forrás: www.bvb.ro

A statisztikai elemzéseket a nyílt forráskódú R szoftver végeztük el, amely széleskörű lehetőségeket kínál az adatelemzéshez, modellezéshez és a vizualizációhoz is. Az empirikus elemzésekben különösen a PerformanceAnalytics és az fPortfolio szoftvercsomagokat használtuk fel.

A befektetéskezelés ciklikus jellegű folyamat, amelyben a teljesítményértékelés kiemelt szerepet tölt be az új befektetési célok, politikák és stratégiák kialakításában (Drake és Fabozzi, 2010). A kockázatos eszközportfóliók optimalizálásának egyik alapvető kérdése a kockázat és a hozam közötti összefüggés vizsgálata. A hatékony portfólió összeállításában kulcsfontosságú kérdés, egyrészt, hogy melyik eszköz kerüljön a portfólióba, másrészt pedig az, hogy azok milyen súllyal szerepeljenek, a kockázati és hozammutatók alapján.

A tanulmány a portfólióoptimalizálás során az R fPortfolio moduljának az efficientPortfolio és tangencyPortfolio függvényeit alkalmazza. Az efficientPortfolio függvény olyan portfóliókat hoz létre, amelyek a Markowitz-féle modern portfólióelmélet (MPT) által bevezetett hozam-variancia hatékony határán helyezkednek el. Ezek a portfóliók egy adott kockázati szint mellett maximalizálják a várható hozamot. Ezzel szemben a tangencyPortfolio függvény azonosítja az effektív határgörbén azt a portfóliót, amelynek Sharpe-mutatója a legmagasabb, ezáltal a kockázattal súlyozott hozam szempontjából optimális portfóliót eredményez. A tangenciapont meghatározása, a célhozam és az efficientPortfolio függvény által számított kockázati mutatók arányára épül (Wuertz et al., 2023). A portfólióoptimalizációs összehasonlító elemzés fő lépéseit a 3. táblázat mutatja be.

3. táblázat. A kutatás fontosabb lépései

No.	Step	Description
1.	Adatgyűjtés és hozamszámítás	Napi adatok begyűjtése a kiválasztott részvényekre/ indexekre Egyszerű napi hozamok és benchmark kiszámítása
2.	Leíró statisztikai elemzés	Alapvető statisztikai mutatók: átlag, szórás, ferdeség, csúcosság Hozamok vizualizálása (hisztogrammal)
3.	Indexek teljesítményének elemzése	Kockázattal korrigált mutatók számítása: Sharpe-, Treyner-mutató, Jensen-alfa Kockázati mutatók: VaR, ES
4.	Kumulált hozam és drawdown elemzése	Kumulált napi hozam és maximális visszaesés (drawdown) számítása Eredmények vizuális bemutatása
5.	Portfólió-optimalizálás	Hatékony portfólió képzése (minimális szórás adott hozam mellett) Határportfólió (maximális Sharpe-mutató) meghatározása
6.	Összehasonlító elemzés és értelmezés	Az eredményül kapott portfóliók összehasonlítása: részvényarányok, kockázat-hozam jellemzők alapján A portfóliók hatékonyságának összehasonlítása

Forrás: Saját számítás

A szakirodalomban számos kockázati és teljesítménymutató jelenik meg. Az átlagos hozam egy viszonylag gyakori teljesítménymérőszám, bár egyes tanulmányok inkább a relatív erősség indexet (RSI) alkalmazzák a részvénypiaci teljesítményének értékelésére. Burdekin és Harrison (2021) például panelregresszió segítségével elemezték a koronavírus hatását 80 részvénypiacon, a relatív teljesítmény értékelésére pedig az RSI mutatót használták. Széles körben elismert teljesítménymutatók közé tartoznak a Sharpe-ráta, a Treynor-ráta és a Jensen-féle alfa. Ebben a tanulmányban ezeket a mérőszámokat használtuk fel a portfóliók teljesítményének meghatározására.

A Sharpe-ráta (Sharpe, 1994) különösen hasznos mutató az optimális portfólió összeállításában a maximális hozam és minimális kockázat mellett. A tanulmány újszerűsége abban rejlik, hogy az átlagos részvényhozamok mellett a kockázattal korrigált teljesítménymutatók is meghatározásra kerülnek, mint a Sharpe- és a Treynor-ráta.

William Sharpe (1961) reward-to-variability ratio mutatója, ami a kockázatért vállalt többlethozamként is felfogható, a portfólió kockázatmentes hozam feletti többlethozamot viszonyítja a portfólió teljes kockázatához (Amenc & Le Sourd, 2003). Wilson és Shlyakhter (in Molak, 1997) a variabilitást az értékek időbeli és térbeli heterogenitásaként definiálja. A pénzügyi befektetések kontextusában Molak (1997) és Cullen-Frey megközelítése különösen fontos. Részvényárfolyamban és a hozamok esetében, a kockázat elsősorban a változékonyságban és a volatilitásban jelenik meg.

Tarnóczi és Fenyves (2010) kiemelik a kockázati összetevők szerepét a gazdasági döntések megalapozásában. A Sharpe-ráta alapvetően azt jelzi, hogy egységnyi kockázatra mekkora többlethozam jut, így a magasabb érték kedvezőbb kockázat-hozam arányt jelent. Számítása az alábbi képlet szerint történik:

$$S_P = \frac{E(R_p) - R_F}{\sigma(R_p)} \quad (1)$$

ahol $E(R_p)$ – a portfólió várható hozama; R_F – a kockázatmentes eszköz hozama; $\sigma(R_p)$ – a portfólió hozamának szórása.

Mivel kizárólag megfigyelt adatokra alapszik, a Sharpe-ráta kiszámítása egyszerű mivel a portfólió kockázati prémiumát viszonyítja a teljes kockázathoz. A magasabb Sharpe-ráta értéke a portfólió jobb kockázattal korrigált teljesítményére utal, ezért ez a mutató kiemelt jelentőséggel bír a portfóliók kockázattal súlyozott hozam szerinti rangsorolásban és összehasonlításában (Claransia & Sugiharto, 2021; Sangeetha *et al.*, 2021; Soegoto *et al.*, 2024). Soegoto *et al.* (2024) a Sharpe-mutató alkalmazásával vizsgálták az indonéz és az amerikai részvényindexek teljesítményét, eredményeik pedig azt mutatják, hogy az amerikai indexek (NASDAQ, S&P 500, DJI) magasabb átlagos hozamot és alacsonyabb kockázati szintet értek el az indonéz indexekhez képest.

Bár a Sharpe-ráta igen fontos szerepet játszik a befektetési döntések megalapozásában, a részvények teljesítményének elemzése során célszerű további tényezőket is figyelembe venni. Demetrescu *et al.* (2022) arra a következtetésre jutottak, hogy a befektetők mind rövid, mind hosszú távon képesek előre jelezni a pénzügyi eszközök – például részvények és indexek – árfolyammozgásait, ami kiemelkedő jelentőséggel bír a befektetési stratégiák kialakítása szempontjából. Hasonlóképpen Dai *et al.* (2020) megfigyelték, hogy a részvényárfolyamok előrejelzése viszonylag könnyebb a kisebb kapitalizációval rendelkező vállalatok esetében.

Artini és Sadhi (2020) a Sharpe-mutatót varianciaanalízis (ANOVA) felhasználásával vizsgálták a kis- és középvállalkozásokra, valamint a feldolgozóipari vállalatok részvényportfólióinak teljesítményét Indonézia, Kína és India tőkepiacain. Eredményeik szerint a kínai és indiai portfóliók felülmúlták az indonéz portfóliókat.

A Treynor-ráta (Treynor, 1965) vagy a reward-to-volatility azaz hozam-volatilitás arány szorosan összefügg a CAPM modellel. A Sharpe-rátához hasonlóan a Treynor-ráta is a kockázatmentes eszközhöz tartozó többlethozamot viszonyítja egy kockázati mutatóhoz, de ez esetben a kockázati mutató a portfólió szisztematikus kockázata (béta), nem pedig a teljes kockázat. Egy jól diverzifikált portfólióban a Sharpe- és a Treynor-ráta gyakran hasonló eredményekhez vezetnek. A Treynor-rátát az alábbi képlet szerint számítható:

$$T_P = \frac{E(R_p) - R_F}{\beta_p}$$

ahol β_p – a portfólió szisztematikus kockázatát; $E(R_p)$ – a portfólió várható hozamát, R_F – pedig a kockázatmentes eszköz hozamát jelöli.

A Sharpe- és Treynor-ráta együttes alkalmazása javíthatja a portfólió teljesítményének elemzését (Atmaca, 2022).

A Jensen-féle alfa (Jensen, 1968) szintén a CAPM modellre alapszik és azt feltételezi, hogy a portfóliók nem tökéletesen diverzifikáltak és, hogy a hozamok meghaladják az értékpapírpiaci egyenest. A Jensen-alfa a portfólió hozamának azt a részét magyarázza, amely meghaladja a CAPM modell által becsült hozamot. A pozitív alfa azt jelzi, hogy a portfólió felülmúlja a modell által várt hozamot. A Jensen-alfa az alábbi képlet szerint határozható meg:

$$\alpha_p = E(R_p) - R_F - \beta_p(E(R_M) - R_F)$$

ahol $E(R_M)$ – a várható piaci hozam és β_p – a portfólió szisztematikus kockázata.

Jensen-féle alfa egyik korlátja, hogy kizárólag azonos szisztematikus kockázati szinttel rendelkező portfóliók közötti teljesítmény-összehasonlítást teszi lehetővé (Vidal-García & Vidal, 2023).

Markowitz munkásságára, azaz a portfólióelméletre alapozva, számos portfólió-építési stratégia alakult ki, többek között a hatékony portfóliók, a minimális kockázatú portfóliók, a magas hozamú portfóliók, valamint a piaci kapitalizációval súlyozott portfóliók.

Bastin (2017) empirikus kutatásaiban, a piaci kapitalizációval súlyozott befektetési stratégiát hasonlította össze egy minimális kockázatú portfólióval a német részvény piacon 2002 és 2015 között. Eredményei azt mutatták, hogy a minimális varianciájú portfólió alacsonyabb kockázati szint mellett azonos vagy magasabb hozamot érnek el, mint a piaci kapitalizációval súlyozott CDAX index. Scherer (2010) szintén megvizsgálta a minimális varianciájú portfóliókat, és megállapította, hogy azok jellemzően alacsony béta értékkel, illetve alacsony volatilitással rendelkező részvényeket tartalmaznak. Jól diverzifikált portfólió esetén, a Sharpe-, Treynor- és Jensen-ráták teljesítményértékelése hasonló rangsorolást eredményez. Kevésbé diverzifikált portfóliók esetén a Sharpe-mutató a legmegfelelőbb (Verma és Hirpara, 2016).

Chen és Lee (1985) e három teljesítménymutató és a hozzájuk tartozó kockázati mérőszám statisztikai eloszlásait vizsgálta, és kimutatták, hogy a minta nagysága, a befektetési időtávja és a piaci feltételek szignifikánsan befolyásolják a teljesítményértékelés megbízhatóságát. Zakarias és Tumewu (2015) a Sharpe-ráta, a Treynor-ráta és a Jensen-alfa alkalmazásával vizsgálták a Jakarta Értéktőzsde LQ45 index részvényeinek teljesítményét, és vizsgálatuk során nem találtak statisztikailag szignifikáns különbséget az egyes mutatók alkalmazása által kapott eredmények között.

A portfóliókockázat mérésére széles körben alkalmazott mutatók közé tartozik a variancia (illetve annak négyzetgyöke, a szórás), a szemivariancia, a kockázatotott érték (Value at Risk, VaR), a várható veszteség (Expected Shortfall, ES), valamint a feltételes kockázatotott érték (Conditional Value at Risk, CVaR). Ezek fontos szerepet töltenek be a pénzügyi kockázat számszerűsítésében.

A szemivariancia, mint downside risk (negatív- nem kedvező kimenetekkel összefüggő kockázat) a veszteségek lehetőségével azonosított kockázati mérőszám,

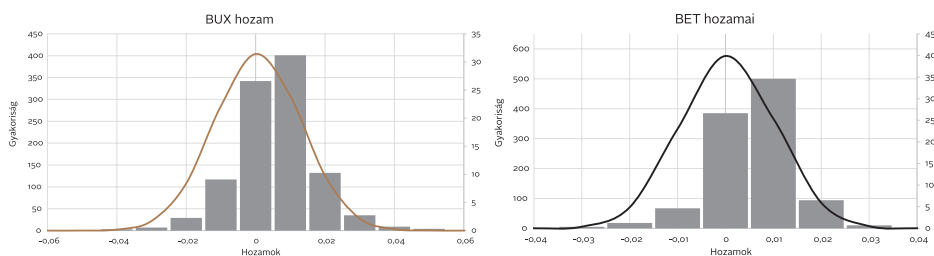
ami csak az átlag alatti eltéréseket veszi figyelembe. A kockázatosított érték (VaR) egy széles körben használt mérőszám a pénzügyi kockázattertelésben (Costello *et al.*, 2008). A J.P. Morgan által bevezetett VaR egy adott időtávra és egy előre meghatározott konfidenciaszint mellett becsüli meg a potenciális maximális veszteséget (Morgan, 1996; Angelidis *et al.*, 2004). Bár a kockázatosított érték (VaR) viszonylag egyszerűen kiszámítható, jelentős korlátokkal rendelkezik, többek között a konvexitás és a szubadditivitás hiánya miatt, ami megnehezíti annak alkalmazását a portfólióoptimalizálás során (Cheng *et al.*, 2004; Zhang & Zhang, 2022). Emellett a VaR nem ad információt a meghatározott küszöbértéket meghaladó potenciális veszteségek nagyságáról. Gaio *et al.* (2018) szintén kihangsúlyozzák a normalitás feltevések szerepét a VaR becslésében. A VaR korlátainak kiküszöbölésére három fő megközelítést javasoltak a kockázatosított érték (VaR) becslésére: az extrémérték-elméletet (Extreme Value Theory, EVT) (Danielsson & de Vries, 1997), a heteroszkedasztikus idősoros modelleket (Engle, 1982), valamint a Kopula-alapú módszereket (Nelsen, 1999; Lucas, 2003; Cheng *et al.*, 2007). Huang *et al.* (2009) GARCH-alapú heteroszkedasztikus modelleket kombináltak Kopulákkal (feltételes kopula-GARCH modell) a NASDAQ és TAIEX portfóliók VaR-becslésének javítása érdekében. Ezzel szemben Gaio *et al.* (2018) bizonyították az ARCH-modellek és a kopula-alapú megközelítések előnyét a magas volatilitású időszakokban. Aldieri *et al.* (2023) az S&P 500 indexben szereplő vállalatok teljesítménye, kockázata és ESG-pontszámok közötti összefüggést vizsgálták, különös tekintettel olyan kockázattal korrigált mutatókra, mint a Sharpe-ráta, a Sortino-ráta, a VaR és az ES. Eredményeik arra utalnak, hogy az ESG-tényezők, bár beépülnek a vállalati stratégiákba, nem mutatható ki egyértelmű, közvetlen hatásuk a pénzügyi teljesítményre. Iglesias (2015) a főbb európai pénzügyi piacok teljesítményét és kockázatát vizsgálta, az átlagos hozamok mellett a befektetési döntések megalapozásához. A kis mintaelemszám miatt a feltétel nélküli VaR-megközelítés került alkalmazásra (Iglesias & Linton, 2009; Iglesias, 2012). Ez a módszer átfogóbb betekintést nyújt a hosszú távú kockázatokba, míg a feltételes VaR (Conditional VaR) módszer a jelenlegi és a várható jövőbeli kockázatokot egyaránt értékeli. A szerzők arra a következtetésre jutottak, hogy a kockázatosított befektetők számára Svédország és az Egyesült Királyság a legalkalmasabb, az Egyesült Királyság piacát kifejezetten kevésbé érintik az európai pénzügyi ciklusok. Ezzel szemben a többi európai piacok, mint Franciaország, Görögország, Hollandia, Olaszország, Spanyolország és Svédország magasabb fokú integrációt mutatnak a kontinentális piaci trendekkel. Ausztria bizonyult a legmagasabb hozamú piacnak, de ugyanakkor a legmagasabb kockázatot is hordozza (legmagasabb VaR-ral rendelkezik). Mladenovic *et al.* (2012) GARCH és EVT modelleket használtak a Közép- és Kelet-Európai részvényindexek VaR számításában. Tarnóczy és Kulcsár (2013) a magyar BUX és a román BET indexek kockázatát és teljesítményét értékelték Sharpe-mutató, VaR, ES és szemivariancia segítségével, és arra a következtetésre jutottak, hogy a román portfólió magasabb kockázatot és magasabb teljesítményt mutatott, mint a magyar portfólió. Hasonlóképpen, Smolović *et al.* (2017) a GARCH keretrendszerrel használták a montenegrói MONEX index VaR becslésére. A 99%-os konfidenciaszintű visszatesztelés eredményei azt mutatták, hogy a vizsgált nyolc

modell közül hét megfelelt a Kupiec-tesztnek (Kupiec, 1995), míg 95%-os konfidenciaszint mellett a Christoffersen-teszt esetében (Christoffersen, 1998) mindössze három modell bizonyult elfogadhatónak. Ezért azt javasolják, hogy a GARCH-modelleket egészítsék ki EVT-módszerekkel. Su (2015) a fejlett és a feltörekvő piacok árfolyamtrendjei közötti kapcsolatot vizsgálta, figyelembe véve a devizapiaci to-vagyűrűző hatásokat, és azt találta, hogy a részvénypiaci kockázat előre jelezhető az árfolyammozgásokból. Elemzése azt is megerősítette, hogy a feltörekvő piacok jellemzően magasabb hozamokat és magasabb kockázatot is mutatnak. A szerzők a GARCH-modellek EVT-módszerekkel való kiegészítést javasolják a kockázatosított érték pontosabb becslése érdekében. Su (2015) a fejlett és feltörekvő piacok árfolyamtrendjeinek összefüggését és a devizapiaci spillover-hatásokat vizsgálta, és arra a következtetésre jutott, hogy a részvénypiaci kockázat árfolyammozgások alapján előre jelezhető. Elemzése azt is megerősítik, hogy a feltörekvő piacok jellemzően magasabb hozamot és magasabb kockázatot is mutatnak. A VaR egyik alternatívája a feltételes kockázatosított érték (CVaR vagy ES), amely egy koherens kockázati mérőszám és rendelkezik a konvexitás és a szubadditivitás tulajdonságokkal is (Artzner *et al.*, 1999; Acerbi & Tasche, 2002; Mansini *et al.*, 2007; Sarykalin *et al.*, 2008). A VaR és az ES egyaránt alapvető elemei a modern kockázatkezelési gyakorlatnak (Christoffersen & Gonçalves, 2005). Rigamonti (2020) rámutat, hogy bár a szemivariancia és a CVaR hatékonyan méri a nem kedvező kimenetekkel összefüggő kockázatot/negatív kockázatot (downside risk), érzékenyek lehetnek a becslési hibákra (Rigamonti & Lučivjanská, 2022). A várható veszteség (Expected Shortfall, ES) a veszteségek eloszlásának alsó 5%-os kvantilisa feletti feltételes várható értéket reprezentálja, és különösen alkalmas a vastag szélű eloszlások esetén a szélsőséges kockázatok pontosabb megragadására (Yamai & Yoshida, 2005).

Empirikus eredmények

A magyar és román részvénypiaci indexek összehasonlító teljesítmény- és kockázatelemzés kiindulópontja a portfólióhozamok eloszlásának vizsgálata, amelynek eredményei az 1. ábra szemlélteti. A 4. táblázatban a két szomszédos ország vezető indexeinek a magyar BUX és a román BET leíró statisztikáit mutatja be.

1. ábra. A magyar és román indexek hozameloszlásai



Forrás: Saját számítás

A 4. táblázat alapján megállapítható, hogy a magyar portfólióhozamok eloszlása közelebb áll a normál eloszláshoz, mint a román hozamok. A magyar portfólióhozamok medián körüli 50%-a -0,0056 és 0,0073 közötti tartományban helyezkedik el, míg a román portfólió esetében ugyanez az intervallum -0,0034 és 0,0052 között található, ami a magyar piac nagyobb hozamszóródására utal. A szórás (StdDev) tekintetében a magyar portfólió nagyobb változékonyságot mutat (0,0127) a román portfólióhoz képest (0,0100), ami nagyobb kockázatra utal.

A magyar hozamok esetében megfigyelhető nagyobb interkvartilis terjedelem is alátámasztja a jelentősebb változékonyságot. Ezzel szemben a román portfólió esetében a terjedelem, azaz a minimum és maximum értékek közötti távolság jelentősebb, ami arra utal, hogy a román piacon gyakoribbak a szélsőséges hozamok, mind negatív, mind pozitív irányban. Mivel mind pozitív, mind negatív hozamértékek előfordulnak, az átlaghozam mindkét esetben nagyon közel van a 0-hoz. A két index átlaghozama csak minimális mértékben különbözik egymástól (0,0001).

4. táblázat. A magyar és román indexhozamok főbb statisztikái jellemzői

	Magyar portfólió hozamai	Román portfólió hozamai
Minimum	-0,1172	-0,1557
1. kvartilis	-0,0056	-0,0034
Median	-0,0012	0,0010
Átlag	0,0006	0,0005
3. kvartilis	0,0073	0,0052
Maximum	0,0633	0,0638
StdDev	0,0127	0,0100

Forrás: Saját számítás

Mindkét portfólió negatív ferdeségi értékei enyhén balra ferde eloszlást jeleznek. A csúcosság tekintetében egyik eloszlás sem felel meg a normális eloszlás 3-as értékének. A román portfólió leptokurtikus eloszlású és szélsőséges értékekkel rendelkezik. A magyar portfólió csúcossága szintén leptokurtikus, vastag szélű eloszlással jellemezhető. Következésképpen egyik hozamsorozat (sem a magyar, sem a román) sem tekinthető normális eloszlásúnak a hisztogramok alakja alapján.

5. táblázat: A magyar és román hozamok teljesítménye és kockázati mutatói

Mutatók	Magyar portfólió hozamai	Román portfólió hozamai
StdDev Sharpe	-0,4206	-0,5041
VaR Sharpe	-0,2548	-0,3160
ES Sharpe	-0,0981	-0,2504
Jensen alfa	-0,0546	0,0547

Mutatók	Magyar portfólió hozamai	Román portfólió hozamai
Treynor ráta	-0,7490	-1,7229
Szemivariancia	0,0137	0,0116
ES	-0,0543	-0,0201
VaR	-0,0209	-0,0159
Ferdeség/Csúcsosság arány	-0,0748	-0,0612
Teljes kockázat	0,2014	0,1586
Szisztematikus kockázat	0,1978	0,0589
CAPM béta bika+	1,0469	0,5225
CAPM béta medve-	1,0053	0,4842

Forrás: Saját számítás

Az első három mutató a Sharpe-rátához kapcsolódik, és az egységnyi kockázatra jutó hozamot mérik különböző nevezők: szórás (StdDev), kockázatmentes érték (VaR) és várható veszteség (ES) felhasználásával. Ebben az elemzésben kockázatmentes kamatlábként a magyar (7,13%) és román (6,65%) 10 éves államkötvényhozamokat használtuk fel (5. táblázat).

Az első két teljesítménymutató szórással és VaR-al számolt Sharpe-ráta szerint a magyar portfólió magasabb kockázatarányos hozamot ér el, ami jó kockázat-hozam kombinációt jelent. Mindkét esetben azonban a Sharpe-ráta negatív értékeket mutat, a negatív hozam (számláló) miatt, ami arra utal, hogy az egyes portfóliók teljesítménye a megfelelő kockázatmentes ráta alatt marad. Összességében, a BET-index hozama nem haladja meg a román kockázatmentes rátát, ami gyenge általános teljesítménynek a jelzője. Az ES és a VaR alapú Sharpe-mutató is azt mutatja, hogy a román portfólió alulteljesíti a magyart.

Mindkét portfólió negatív Jensen-alfa értékei arra utalnak, hogy a vizsgált időszakban a portfóliók tényleges hozama elmarad a CAPM-modell által becsült elvárt hozamoktól, ami a portfólió alulteljesítését jelzi a piaci várakozásokhoz képest. Számszerűleg a román portfólió alfája (pozitív) magasabb a magyar portfóliónál, ami arra utal, hogy közelebb áll a CAPM által becsült hozamhoz. A Treynor-ráta, amely az egységnyi szisztematikus kockázatra jutó hozamot méri, alacsonyabb a román portfólió esetében, ami kedvezőtlen hozam-kockázat profilra utal, amennyiben csak a szisztematikus kockázatot vesszük figyelembe.

A szemivariancia magasabb a magyar portfólió esetében, ami a román portfólióhoz képest nagyobb nem kedvező kimenetekkel összefüggő kockázatot jelez. A VaR vizsgálata 5%-os valószínűséget mutat arra, hogy a magyar portfólió eléri vagy meghaladja az 2,09%-os veszteséget, román portfólió esetében pedig az 1,59%-ot.

A Ferdeség/Csúcsosság arány jelentősebb a román hozamok esetében (-0,0612), mint a magyar hozamok esetében (-0,0748). Ezzel szemben mind a teljes kockázat, mind a szisztematikus kockázat magasabb a magyar portfólió esetében, ami azt jelzi, hogy a szisztematikus tényezők a magyar piacon jelentősen hozzájárulnak a teljes

kockázathoz. A CAPM bétaértékek (bika+ és medve-) a hozamok érzékenységet mutatják a pozitív és negatív piaci mozgásokra. A magyar portfólió magasabb teljes kockázatot mutat, és magasabb bétával (1 felett) rendelkezik, ami nagyobb érzékenységet jelez a piaci ingadozásokra.

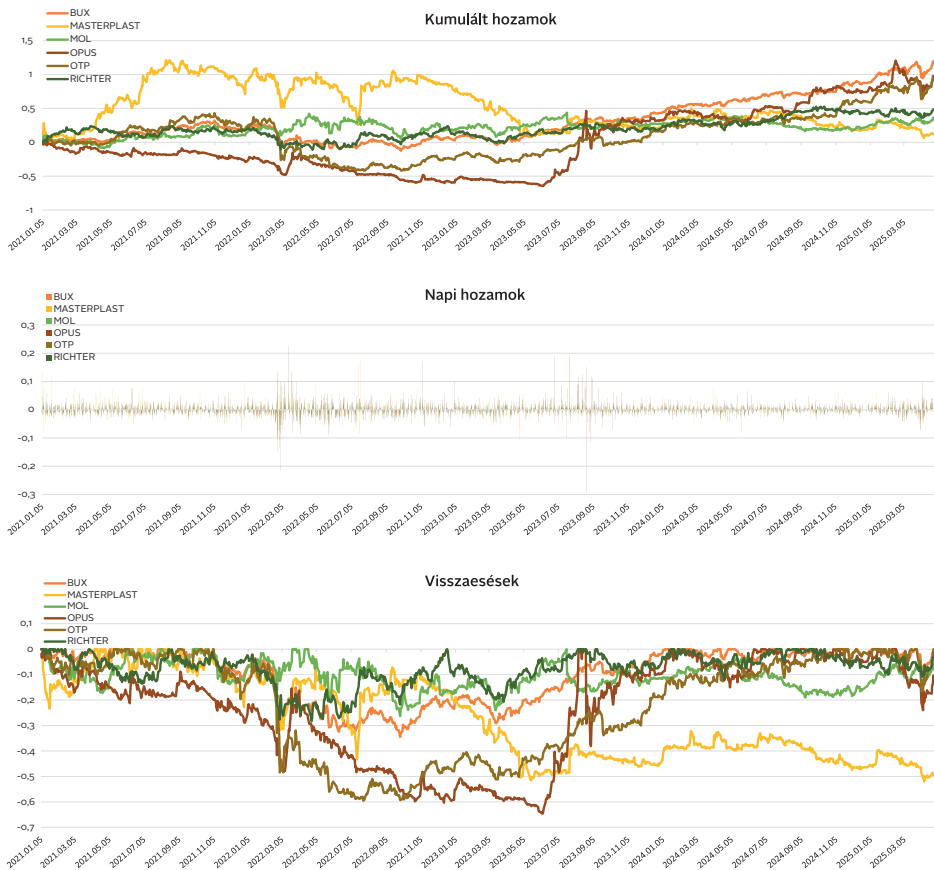
Ezek az eredmények azt mutatják, hogy a magyar portfólió kockázatosabb a szimivariancia, a VaR, a teljes kockázat és a szisztematikus kockázat tekintetében, míg az ES és VaR ennek az ellenkezőjét mutatják. A magyar portfólió valamivel jobban teljesít, mint a román, de egyben volatilisabb és érzékenyebben reagál a piaci változásokra, amit az 1-et meghaladó béta is bizonyít.

Az empirikus kutatás következő lépésében a magyar BUX és a román BET indexosár vezető részvényeinek kumulált hozamainak és eséseinek (drawdown) elemzésének eredményei kerülnek bemutatásra. A 2. és 3. ábra a kumulált hozamokat szemlélteti, amelyek mindkét index és az őket alkotó részvények összesített nyereségét vagy veszteségét mutatják be a vizsgált időintervallum alatt.

Az alábbi ábrákat megvizsgálva, megfigyelhető, hogy a BUX és a BET indexek viszonylag hasonló tendenciákat mutatnak. A vizsgált időszak három szakaszra osztható: 2022. március előtti időszak, a 2022. március és 2023. november közötti időszak, valamint a 2023. november utáni időszak.

A BUX indexkosárban (2. ábra) a főbb alkotó részvények a vizsgált időszak második felében az index hozama felé konvergálnak. A BUX kosárban (2. ábra) a fő komponens részvények a vizsgált időszak utolsó harmadában az indexhozam felé konvergálnak. Ugyanakkor a vizsgált periódus első harmadában a MASTERPLAST részvény jelentősen felülmúlta a BUX hozamát, mielőtt később az alá süllyedt volna. A MASTERPLAST részvényárfolyamának 2021-ben és 2022-ben tapasztalt emelkedése az iparág kedvező alakulásával, erős pénzügyi teljesítményével, az új üzletágakba történő stratégiai diverzifikációval és a regionális terjeszkedéssel magyarázható.

2. ábra: A főbb magyar részvények és a BUX kumulált napi hozamai



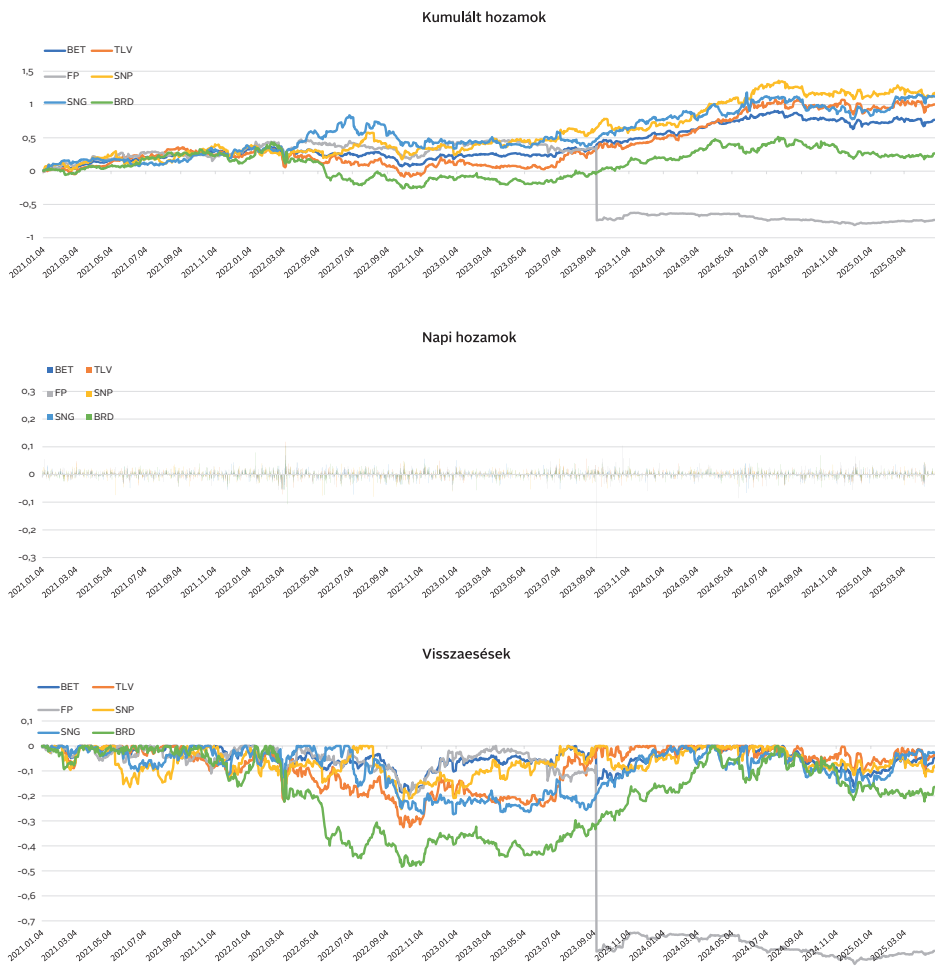
Forrás: Saját számítás

A 3. ábra a BET kumulált hozamának jóval meredekebb pályáját ábrázolja, amelyben különösen 2022. márciusában figyelhetők meg jelentős visszaesések – feltehetően kedvezőtlen globális gazdasági folyamatok következtében.

Az egyes alkotó részvények elemzése (különösen azoké, amelyek nagyobb súlyt képviselnek az indexkosárban) azt mutatja, hogy a többség a megfelelő index trendjét követi, néhány figyelemre méltó kivételtől eltekintve (pl. Magyarországon a MASTERPLAST, Romániában az FP). A vizsgálati időszak első harmadában a BET és főbb részvényei szorosan együtt mozogtak; az utolsó harmadban a kedvezőtlen globális gazdasági feltételek miatt a különbségek hangsúlyosabbá váltak. Külön említésre méltó, hogy ebben az időszakban a Fondul Proprietatea (FP) kumulált hozam tekintetében alul teljesítette a BET indexet. Amint az ábrán is látható, az FP árfolyama mintegy 27%-kal esett vissza a nyugdíjalapok eladási nyomása miatt. A legjelentősebb visszaesések a vizsgált időszak második és harmadik negyedévében figyelhetők

meg, ami tükrözi az energiaválság és a geopolitikai feszültségek súlyos negatív határait a részvénypiaci árakra.

3. ábra: A főbb román részvények és a BET kumulált napi hozamai

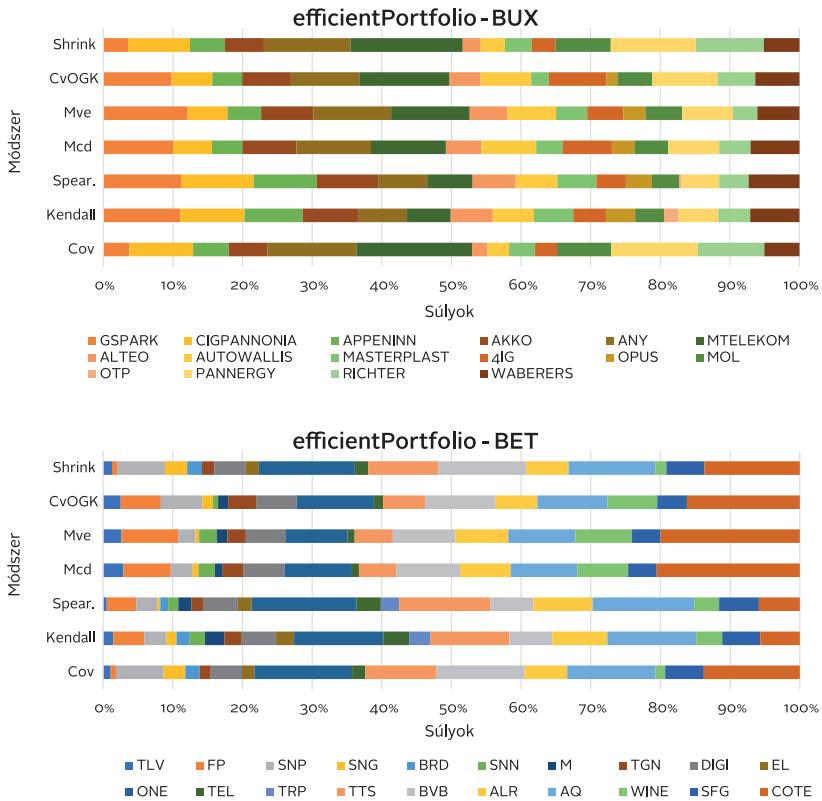


Forrás: Saját számítás

Ezt követően az efficientPortfolio modult alkalmaztuk a hatékony határgörbén elhelyezkedő portfólió összeállítására, ahol az optimális portfólió a befektető közömbösségi görbéjének és maga a határgörbe metszéspontjában helyezkedik el. Az elemzéshez, a részvényhozamok és a kovariancia becsléséhez különböző R-függvényeket használtunk, köztük az alapértelmezettet (covEstimator), a nem parametrikus rangbecslőket (Kendall- és Spearman- féle), robusztus becslőket (mcdEstimator a minimum kovariancia determinánshoz és mveEstimator a minimum volumenellipszoid-

hoz), az ortogonalizált Gnanadesikan-Kettenring becslőt (covOGKEstimator) és egy ún. zsugorbecslőt (shrinkEstimator), amely egy stabilabb kovariancia mátrixot feltételez. Ezen módszerek célja a várható hozam maximalizálása egy adott VaR-szint mellett, miközben a portfólió kockázata is megfelelő kontroll alatt van.

4. ábra. Az efficientPortfolio modul segítségével képzett portfóliók – BET és BUX



Forrás: Saját számítás

A magyar BUX részvények hatékony portfólióit a 4. ábra és az 6. táblázat mutatja be. A Kendall- és Spearman- féle becslések alapján különösen 7–9 részvény dominál a portfólióban, amelyek együttesen a portfólió súlyának több mint 68%-át képezik. Ezek a kulcsfontosságú részvények a GSPARK, a CIGPANNONIA, az APENINN, az AKKO, az ANY, az MTELEKOM, az ALTEO, az AUTOWALLIS és a MASTERPLAST (kisebb eltérésekkel a különböző kovariancia becslők szerint). A robusztus megközelítések (mcdEstimator és mveEstimator) alkalmazása során a portfóliók diverzifikáltabbak és jellemzően nagyobb számú részvényt tartalmaznak.

6. táblázat. Az efficientPortfolio modullal képzett hatékony portfóliók – BUX részvények súlyai

Részvények	Cov	Kendall	Spearman	Mcd	Mve	CvOGK	Shrink
MTELEKOM	16,59%	6,29%	6,52%	10,77%	11,30%	12,96%	16,13%
ANY	12,77%	6,92%	7,07%	10,71%	11,16%	9,84%	12,44%
PANNERGY	12,43%	5,72%	5,42%	7,33%	7,27%	9,44%	12,23%
RICHTER	9,56%	4,58%	4,24%	4,53%	3,54%	5,39%	9,74%
CIGPANNONIA	9,17%	9,26%	10,33%	5,55%	5,73%	5,89%	8,89%
MOL	7,80%	4,16%	3,90%	4,86%	5,25%	4,96%	7,96%
AKKO	5,62%	8,04%	8,82%	7,76%	7,50%	7,00%	5,60%
APPENINN	5,09%	8,36%	9,06%	4,39%	4,85%	4,30%	5,01%
WABERERS	5,04%	7,08%	7,28%	7,00%	6,05%	6,35%	5,13%
MASTERPLAST	3,74%	5,66%	5,61%	3,77%	4,49%	2,52%	3,82%
GSPARK	3,71%	11,01%	11,25%	10,03%	12,09%	9,75%	3,56%
4IG	3,14%	4,70%	4,24%	7,10%	5,19%	8,30%	3,43%
AUTOWALLIS	3,10%	5,90%	5,98%	7,86%	6,97%	7,28%	3,48%
ALTEO	2,24%	6,07%	6,18%	5,11%	5,43%	4,45%	2,58%
OPUS	0,00%	4,19%	3,73%	3,23%	3,18%	1,57%	0,00%
OTP	0,00%	2,05%	0,36%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Leíró statisztika							
Átlag	0,0008	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
Kovariancia	0,0069	0,0079	0,0079	0,0076	0,0078	0,0008	0,0008
VaR	0,0093	0,0092	0,0092	0,0084	0,0083	0,0083	0,0093
CVAR	0,0157	0,0176	0,0173	0,0740	0,0175	0,0171	0,0158

Forrás: Saját számítás

Minden becslési eljárás mellett az átlaghozam pozitív értéket mutat, a kovarianciaértékek esetében pedig minimális eltérés figyelhető meg. A CVaR (feltételes kockázattal érték) a legtöbb becslő esetében szűk tartományon belül mozog, azonban a Kendall- és Spearman-féle becslők esetében magasabb CVaR-értékek láthatók, ami nagyobb kockázatot jelez. Ezzel szemben a covEstimator, a covOGKEstimator és a shrinkEstimator általában alacsonyabb CVaR-értékeket mutat.

7. táblázat. Az efficientPortfolio modulál képzett hatékony portfólió – BET részvények súlyai

Részvények	Cov	Kendall	Spearman	Mcd	Mve	CvOGK	Shrink
ONE	14,00%	12,84%	15,08%	9,65%	8,83%	11,06%	13,78%
COTE	13,80%	5,68%	5,88%	20,54%	20,01%	16,19%	13,69%
BVB	12,66%	6,16%	6,19%	9,11%	8,98%	10,06%	12,59%
AQ	12,65%	12,76%	14,56%	9,56%	9,63%	10,05%	12,48%
TTS	10,23%	11,40%	13,07%	5,39%	5,48%	6,10%	10,08%
SNP	6,85%	3,16%	3,03%	3,12%	2,41%	5,98%	6,81%
ALR	6,14%	7,89%	8,49%	7,29%	7,59%	5,98%	6,08%
SFG	5,55%	5,44%	5,69%	4,08%	4,06%	4,26%	5,46%
DIGI	4,51%	4,89%	5,00%	5,97%	5,76%	5,74%	4,54%
SNG	3,10%	1,45%	0,38%	0,85%	0,57%	1,50%	3,21%
BRD	2,06%	1,81%	1,15%	0,00%	0,11%	0,00%	2,11%
TEL	1,90%	3,67%	3,47%	1,00%	1,02%	1,34%	1,93%
EL	1,81%	2,63%	1,98%	0,00%	0,00%	0,00%	1,88%
TGN	1,59%	2,49%	1,65%	2,93%	2,65%	4,11%	1,74%
WINE	1,41%	3,75%	3,61%	7,30%	8,14%	7,17%	1,57%
TLV	1,09%	1,46%	0,53%	2,92%	2,65%	2,52%	1,27%
FP	0,76%	4,47%	4,26%	6,80%	8,17%	5,76%	0,80%
SNN	0,00%	2,27%	1,45%	2,34%	2,41%	0,74%	0,00%
M	0,00%	2,79%	1,88%	1,13%	1,52%	1,44%	0,00%
TRP	0,00%	3,00%	2,64%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Leíró statisztika							
Átlag	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004
Kovariancia	0,0058	0,0062	0,0062	0,0064	0,0065	0,0062	0,0058
VaR	0,0088	0,0095	0,0092	0,0094	0,0092	0,0096	0,0088
CVAR	0,0137	0,0150	0,0145	0,0162	0,0165	0,0155	0,0138

Forrás: Saját számítás

A román BET részvényeiből képzett hatékony portfóliót megvizsgálva (4. ábra), látható, hogy az alapértelmezett és robusztus kovarianciabecslőket használva, jellemzően 7-8 részvényt tartalmaz, míg a Kendall- és Spearman-becslők esetében ez 9 részvényre emelkedik (7. táblázat). A legjelentősebb szereplők közé tartozik a Banca Transilvania (TLV), a Fondul Proprietatea (FP), az DIGI, az ONE, a BVB, AQ és bizonyos robusztus becslők esetében az ALR is. A Kendall- és Spearman-féle becslőkkel

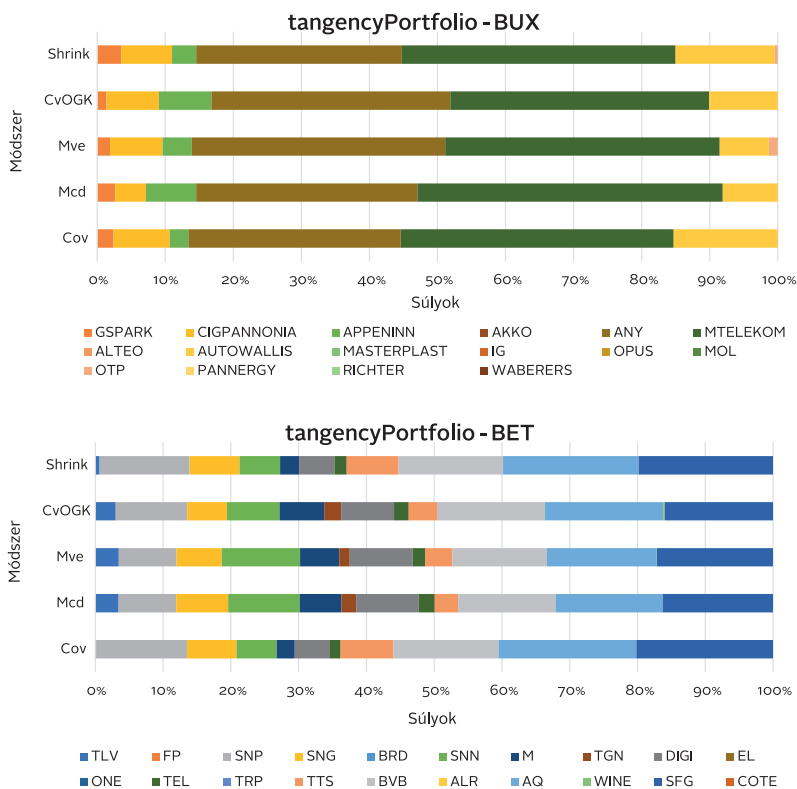
képzett portfóliók jól diverzifikáltak, míg a más kovarianciabecslőkkel létrehozott portfóliók kevesebb részvényre koncentrálnak.

Hasonlóan a magyar eredményekhez a portfólió átlagos hozama pozitív értékű, és konzisztens a különböző módszerek esetében, a kovarianciamátrix értékei pedig viszonylag stabilak. A McdEstimator és a MveEstimator féle becslési módszerek eredményezik a legmagasabb szórást és CVaR-értékeket, amely magasabb kockázatra utal, míg a covEstimator, a shrinkEstimator és a Spearman féle becslő hozza a legalacsonyabb értékeket, ami mérsékeltebb kockázatra utal.

Összességében az eredmények alátámasztják azt a következtetést, hogy a kockázatbecslési módszerek megfelelő kombinációja jelentősen befolyásolja a hatékony portfólió összetételét és kockázati jellemzőit.

A portfólió-optimalizálás utolsó szakaszában a tangencyPortfolio függvényt alkalmaztuk, amely a hozam és kockázat arányának maximalizálására törekszik. Tekintettel arra, hogy ez a módszer kifejezetten a legalacsonyabb átlag variancia tartományt célozza meg, a portfólióban viszonylag kevés részvény kerülhet be (5. ábra).

5. ábra. A tangencyPortfolio modul segítségével képzett portfólió – BET és BUX



Forrás: Saját számítás

A 8. táblázat a tangency portfóliók eredményeit mutatja be a BUX részvényei esetében. Az alkalmazott módszerekkel (covEstimator, mcdEstimator, mveEstimator, covOGKEstimator és shrinkEstimator) négy részvény – az MTELEKOM, az ANY, az AUTOWALLIS és a CIGPANNONIA – együttesen a magyar tangency portfólió súlyának több mint 90%-át teszi ki. Az átlaghozam és a kovariancia becslések minden módszerrel meglehetősen konzisztensen alakulnak, bár a mcdEstimator és a covOGKEstimator magasabb CVaR-t eredményez, amely nagyobb kockázati kitettségre utal. Ezzel szemben az mveEstimator és a shrinkEstimator adja a legalacsonyabb CVaR értékeket.

8. táblázat. A tangencyPortfolio modul segítségével képzett portfólió – BUX részvények súlyai

Részvények	Cov	Mcd	Mve	CvOGK	Shrink
MTELEKOM	40,12%	44,86%	40,34%	38,01%	40,20%
ANY	31,19%	32,49%	37,24%	35,12%	30,22%
AUTOWALLIS	15,29%	8,09%	7,21%	10,10%	14,57%
CIGPANNONIA	8,28%	4,49%	7,72%	7,72%	7,47%
APPENINN	2,74%	7,39%	4,28%	7,69%	3,55%
GSPARK	2,38%	2,68%	1,89%	1,36%	3,52%
IG	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
AKKO	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ALTEO	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
MASTERPLAST	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
MOL	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
OPUS	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
OTP	0,00%	0,00%	1,32%	0,00%	0,46%
PANNERGY	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
RICHTER	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
WABERERS	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Leíró statisztika					
Átlag	0,0010	0,0013	0,0013	0,0013	0,0014
Kovariancia	0,0086	0,0083	0,0084	0,0085	0,0085
VaR	0,0107	0,0103	0,0107	0,0105	0,0106
CVAR	0,0181	0,0184	0,0180	0,0186	0,0181

Forrás: Saját számítás

A 9. táblázat a BET részvényeiből képzett tangency, azaz határportfólió összetételét mutatja be, amelyben a covEstimator becslő esetében hat részvény – BVB, SFG, TTS, SNG és AQ – domináns szerepet tölt be, együttesen kiteve a portfólió 85%-át.

Az mcdEstimator és az mveEstimator becslések alapján a portfóliók diverzifikáltabbak, és 7 részvényt tartalmaznak (a fentiek mellett a SNN és a DIGI). Érdekes módon a Kendall- és Spearman-féle becslők esetén az portfólióoptimalizálás értelmezhetlenné válik, ami a modellek sajátos feltevéseit és adat érzékenységét tükrözi. A különböző becslési módszerekkel meghatározott átlaghozam ismét stabilnak bizonyul, míg a kovarianciaértékek csak kismértékű eltérést mutatnak. Kiemelendő, hogy a covEstimator és a shrinkEstimator adja a legmagasabb CVaR-értékeket, ami magas kockázati szintet jelent, míg az mveEstimator, mcdEstimator és covOGKEstimator esetében alacsonyabb CVaR-értékek figyelhetők meg.

9. táblázat. A tangencyPortfolio modulal képzett portfólió – BET részvények súlyai

Részvények	Cov	Mcd	Mve	CvOGK	Shrink
AQ	20,33%	15,78%	16,20%	17,47%	20,00%
SFG	20,17%	16,30%	17,13%	15,97%	19,83%
BVB	15,51%	14,37%	13,97%	15,89%	15,43%
SNP	13,40%	8,52%	8,50%	10,56%	13,27%
TTS	7,79%	3,47%	3,95%	4,20%	7,66%
SNG	7,29%	7,66%	6,68%	5,87%	7,38%
SNN	5,92%	10,54%	11,56%	7,73%	5,99%
DIGI	5,11%	9,22%	9,29%	7,82%	5,22%
M	2,67%	6,18%	5,79%	6,60%	2,80%
TEL	1,67%	2,36%	1,90%	2,14%	1,79%
TLV	0,14%	3,43%	3,46%	3,01%	0,63%
FP	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
BRD	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TGN	0,00%	2,17%	1,53%	2,49%	0,00%
EL	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ONE	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
TRP	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ALR	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
WINE	0,00%	0,00%	0,02%	0,23%	0,00%
COTE	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Leíró statisztika					
Átlag	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008
Kovariancia	0,0072	0,0074	0,0074	0,0073	0,0072
VaR	0,0110	0,0105	0,0105	0,0104	0,0109
CVAR	0,0158	0,0172	0,0171	0,0167	0,0158

Forrás: Saját számítás

Az efficient (hatékony) és a tangency (határ) portfólióelemzés eredményei egyértelműen alátámasztják, hogy a kiválasztott részvények súlyainak módosításával olyan optimális, a hozam és a kockázat tekintetében kiegyensúlyozott portfólió állítható össze, ami illeszkedik egyaránt a befektetői preferenciákhoz és a piaci környezethez. Bár az egyes kovariancia-bebecslési módszerek eltérő portfólió-összetételeket és különböző kockázati szinteket eredményeznek, az általános következtetés továbbra is az, hogy a gondos súlyozás és megfelelő diverzifikáció javíthatja a portfólió teljesítményét különböző kockázati mérőszámok figyelembevételével.

Következtetések

E kutatás fő célkitűzése két szomszédos közép-kelet-európai (KKE) részvénypiac- a magyar BUX és a román BET index teljesítményének és kockázatának összehasonlító elemzése. A hagyományos és korszerűbb teljesítmény- és kockázati mutatók alkalmazása által, jelen tanulmány bizonyítékként is szolgál a befektési terület vonzerőjéről, de ugyanakkor hozzájárulhat az egyes portfóliókezelési stratégiák sajátosságainak megértéséhez a vizsgált feltörekvő európai részvénypiacokra nézve. Eredményeink rámutattak a két piac közötti egyértelmű különbségeire. A statisztikai elemzés eredményei alapján megállapítható, hogy a magyar portfólió a román portfólióhoz viszonyítva magasabb kockázati szinttel rendelkezik, amelyet a nagyobb szórás, tágabb interkvartilis terjedelem, valamint a jelentősebb szemivariancia értékek is alátámasztanak. Ezzel szemben a várható veszteség (ES) és a Value at Risk (VaR) kedvezőbb értékeket mutatnak a magyar részvények esetében. A ferdeség/csúcsosság arány megerősíti, hogy a hozamok eloszlása nem normális, és szélsőséges negatív hozamok felé tendál. Ezek az eloszlási jellemzők jelentősen befolyásolják a befektetők és a portfóliókezelők kockázatkezelési stratégiáit.

A Sharpe-, Treynor- és Jensen-ráták segítségével végzett teljesítményértékelés további releváns információt ad a portfóliók teljesítményéről és a hozam-kockázat összefüggéséről. Bár a magyar portfóliók esetében bizonyos nevezőkkel számított Sharpe-ráták (StdDev és VaR) magasabb egy egységnyi kockázatra jutó hozamot láthatunk, ezek az értékek döntően negatív tartományban mozognak, ami a portfóliók alul teljesítését jelzik a kockázatmentes referenciahozamhoz viszonyítva. Ezen felül a Jensen-alfa azt jelezte, hogy a román piaci hozam felülteljesíti a CAPM benchmarkot. Ugyanakkor a szisztematikus kockázatra jutó hozamot mérő Treynor-ráták is alul teljesítik a referenciahozamhoz viszonyítva.

nor-ráta magyar portfolió esetében magasabb, ami kedvezőbb kockázat-hozam profilra utal, ha kizárólag a szisztematikus kockázatot vesszük figyelembe.

A portfolióoptimalizálás eredményei megerősítették azt a hipotézist, ami szerint a portfolió teljesítménye érdemben javítható a részvénysúlyok gondos alakításával a hatékonyabb kockázat-hozam arány elérése érdekében. Jelen tanulmány arra is rávilágít, hogy az R-alapú portfolióoptimalizálási technikák által, különösen a tangency és a efficient, azaz hatékony határgörbe mentén elhelyezkedő portfoliók esetén, jelentős javulás érhető el a portfolió kockázat-hozam profiljában. Az alkalmazott módszerek közül az ortogonalizált Gnanadesikan-Kettenring-becslővel (covOGKEstimator) összeállított tangency portfoliónál látható a legoptimálisabb portfolió összetétel hozam-kockázat tekintetében mind a magyar, mind a román részvénypiac esetén. Ezek az eredmények is alátámasztják a korszerűbb statisztikai becslési módszerek és optimalizálási technikák alkalmazhatóságát a hatékony portfoliókezelésben feltörekvő piaci környezetben.

Az indexek hozam-kockázat dinamikájának, valamint a piaci kockázatra való érzékenységének az ismerete fontos kiindulópontot jelent a befektetők számára stratégiai eszközallokációs döntések megalapozásához és a kockázatkezelési stratégiák kialakításához. Az eredmények alapján elmondható, hogy magyar részvények elsősorban a jelentősebb kockázattűrő képességgel rendelkező befektetők számára lehetnek vonzóak, míg a román részvények azon befektetők számára lehet megfelelő, akik a piaci érzékenységet a mérsékelt kockázati kitétséggel kívánják jól összehangolni. A döntéshozók számára a vizsgált piac szerkezete és kockázati sajátosságai közötti különbségek feltárása fontos alapot jelenthet a piaci stabilitás és a befektetői bizalom fokozását célzó szabályozási politikákat tekintve. Ez méginkább fontos lehet geopolitikai és a makrogazdasági instabilitás idején – beleértve az energiaválság és a KKE-régióban tapasztalható tartós inflációs nyomás kedvezőtlen következményeit.

Úgy gondoljuk, hogy jelen tanulmány kiindulópontja lehet különböző jövőbeli feltörekvő részvénypiacok teljesítményével és kockázatával foglalkozó kutatásoknak. A vizsgált időszak bővítésével és további releváns makrogazdasági tényezők bevonásával, a pénzügyi piac és a makrogazdasági tényezők közötti összefüggések megértése tovább mélyíthető. További kutatási irány lehetne az egyes piacok közötti átgűrűző hatások, valamint az ezeken belüli ágazatspecifikus dinamika feltárása, ami szintén hozzájárulást jelenthet a feltörekvő gazdaságok portfoliókezelési és kockázatkezelési stratégiával foglalkozó szakirodalmat tekintően. A jelen tanulmány korlátait figyelembe véve szándékunkban áll tovább mélyíteni a kutatást további feltörekvő európai országok részvénypiaci indexeinek bevonásával. Emellett a vizsgált időszak külön alidőszakokra bontása is hasznos irány lehet az elemzés további mélyítéséhez.

Összegzésképpen, ez az elemzés rávilágít a portfoliókezelés összetettségére és sokrétű jellegére a feltörekvő piacok kontextusában. A korszerű teljesítmény és kockázati mérőszámok, valamint a kifinomult portfolióoptimalizálási technikák tudatos alkalmazásával a befektetők hatékonyabban igazíthatják kockázati kitétségüket hozamcéljaikhoz, ezzel javítva portfolióik teljesítményét különösen volatilis és bizonytalan piaci környezetben is.

Hivatkozások

1. Acerbi, C. & Tasche, D. (2002). On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking and Finance*, 26(7), 1487–1503. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(02\)00283-2](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00283-2)
2. Ahmar, A. S., Wahyuni, W., Triutomo, A., Rahman, A., & Tabash, M. (2025). Cross-Sectoral Portfolio Optimization in Emerging Markets: Value at Risk Assessment of Indonesian Consumer and Financial Stocks. *Quantitative Economics and Management Studies*, 6(1), 88–98. <https://doi.org/10.35877/454RI.qems3861>
3. Akbulaev, N., Aliyeva, B., & Rzaeva, S. (2021). A nyersolaj- és földgázárak hatása a török tőzsde árfolyamaira és részvényárfolyamaira. *Public Finance Quarterly* 66(1), 151–166. https://doi.org/10.35551/PFQ_2021_1_8
4. Alastair, D. (2009). *Mastering risk modelling*, Prentice Hall, Financial Times, Pearson Education.
5. Aldieri, L., Amendola, A. & Candila, V. (2023). The impact of ESG scores on risk market performance. *Sustainability*, 15(9), 7183. <https://doi.org/10.3390/sui5097183>
6. Amenc, N. & Le Sourd, V. (2003). *Portfolio theory and performance analysis*. John Wiley & Sons, England
7. Angelidis, T., Benos, A. & Degiannakis, S. (2004). The use of GARCH models in VaR estimation. *Statistical Methodology*, 1(1–2), 105–128. <https://doi.org/10.1016/J.STAMET.2004.08.004>
8. Artini, L. G. S. & Sandhi, N. L. P. S. (2020). Comparison of SME stock portfolio and manufacturing company performance in the Indonesian, Indian and Chinese stock markets. *Journal of Economic and Administrative Sciences*, 37(2): 209–237. <https://doi.org/10.1108/JEAS-04-2019-0044>
9. Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M. & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*. 9(3), 203–228. <https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068>
10. Atmaca, M. E. (2022). Portfolio management and performance improvement with Sharpe and Treynor ratios in electricity markets. *Energy Reports*. 8, 192–201. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2021.11.287>
11. Aven, T. (2010). *Misconceptions of risk*. John Wiley and Sons.
12. Bacon, C. R. (2008). *Practical portfolio performance measurement and attribution*. Second Edition, John Wiley & Sons.
13. Bastin, J. (2017). Minimum variance portfolios in the German stock market. *Prague Economic Papers*, 26(1), 103–120. <https://doi.org/10.18267/j.pep.599>
14. Burdekin, R., C. K. & Harrison, S. (2021). Relative stock market performance during the coronavirus pandemic: Virus vs. policy effects in 80 countries. *Journal of Risk and Financial Management* 14(4), 177. <https://doi.org/10.3390/jrfm14040177>
15. Cera, G., Aliu, F., & Cera, E. (2019). Value at risk estimation of the market indexes via GARCH model: Evidence from Visegrad Countries. In A. L. da Silva, D. Tomic, & A. Grilec (Eds.), *Economic and social development* (pp. 153–163). VADEA
16. Chen, S.N. & Lee, C. F. (1985). The Effect Of Sample Size, the investment Horizon, and Market Conditions on Validity of ComDosite Performance Measures: A Generalization. Working Paper, Urbana-Champaign, 1985.

17. Cheng, G., Li, P. & Shi, P. (2007). A new algorithm based on copulas for VaR valuation with empirical calculations. *Theoretical Computer Science*, 378(2), 190-197. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2007.02.038>
18. Cheng, S., Liu, Y., & Wang, S. (2004). Progress in risk measurement. *Advanced Modelling and Optimization*, 6(1), 1-20. <http://camo.ici.ro/journal/jamo.htm>
19. Christoffersen, P. & Gonçalves, S. (2005). Estimation risk in financial risk management. *Journal of Risk*, 7(3), 1-28. <https://doi.org/10.21314/JOR.2005.112>
20. Claransia, S. O., & Sugiharto, T. (2021). Performance analysis of stock portfolios incorporated in IDX30 using the Sharpe, Treynor and Jensen method in 2016-2020. *Journal of Management*, 12(1), 236-242. <https://enrichment.iocspublisher.org/index.php/enrichment/article/view/198/146>
21. Costello, A., Asem, E. & Gardner, E. (2008). Comparison of historically simulated VaR: Evidence from oil prices. *Energy Economics*, 30(5), 2154-2166. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2008.01.011>
22. Cullen, A. C. & Frey, C.H. (1999). *Probabilistic techniques in exposure assessment: A handbook for dealing variability and uncertainty in models and inputs*, Plenum Press, New York.
23. Dai, Z., Zhou, H., Wen, F., & He, S. (2020). Efficient predictability of stock return volatility: The role of stock market implied volatility. *The North American Journal of Economics and Finance*, 52, 101174. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2020.101174>
24. Danielsson, J. & Vries, C. (1997). Tail index and quantile estimation with very high frequency data. *Journal of Empirical Finance*, 4(2-3), 241-257. [https://doi.org/10.1016/S0927-5398\(97\)00008-x](https://doi.org/10.1016/S0927-5398(97)00008-x)
25. Demetrescu, M., Georgiev, I., Rodrigues, P. M., & Taylor, A. R. (2022). Testing for episodic predictability in stock returns. *Journal of Econometrics*, 227(1), 85-113. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2020.01.001>
26. Drake, P. P. & Fabozzi, F. (2010). *The Basics of Finance: An Introduction to Financial Markets, Business Finance and Portfolio Management*. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.
27. Elton, E. J. & Gruber, M. J. (1997). The Sharpe ratio of estimated efficient portfolios. *Journal of Banking & Finance* 21(11-12), 1743-1759. [http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4266\(97\)00048-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4266(97)00048-4)
28. Engle, R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007. <https://doi.org/10.2307/1912773>
29. Fang, H., Chung, C. P., Lee, Y. H. & Yang, X. (2021). The Effect of COVID-19 on Herding Behavior in Eastern European Stock Markets. *Front. Public Health* 9:695931. <http://dx.doi.org/10.3389/fpubh.2021.695931>
30. Gaio, L.E., Pimenta Júnior, T., Lima, F.G., Passos, I.C. and Stefanelli, N.O. (2018). Value-at-risk performance in emerging and developed countries. *International Journal of Managerial Finance*, 14(5), 591-612 <https://doi.org/10.1108/IJMF-10-2017-0244>
31. Hidayat, R., Anggraini, D. Riyani, Y. & Endri, E. (2022). Optimal Sharia Portfolio Selection to Outperform the Stock Market in the Post-Pandemic Era. *Quality - Access to Success*, 23(187). 287-294. <https://doi.org/10.47750/QAS/23.187.35>
32. Horobet, A. & Dumitrescu, S. (2009). On the causal relationships between mon-

- etary, financial and real macroeconomic variables: evidence from Central and Eastern Europe. *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research*, 43(3), 1-17.
33. Huang, J.J., Lee, K.J., Liang, H. & Lin, W.F. (2009). Estimating value at risk of portfolio by conditional copula-GARCH method. *Insurance: Mathematics and Economics*, 45(3), 315-324. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2009.09.009>
 34. Iglesias, E. M. & O. B. Linton (2009). Estimation of tail hickness parameters from GARCH models, Working Paper, Michigan State University and University Carlos III.
 35. Iglesias, E. M. (2012). An analysis of extreme movements of exchange rates of the main currencies traded in the foreign exchange market. *Applied Economics*, 44(35), 4631-4637. <https://doi.org/10.1080/00036846.2011.593501>
 36. Iglesias, E. M. (2015). Value at Risk of the main stock market indexes in the European Union (2000–2012). *Journal of Policy Modeling*, 37(1), 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.jpolmod.2015.01.006>
 37. Jensen, M. C., Black, F. & Scholes, M. S. (1972). The capital asset pricing model: Some empirical tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*, Praeger Publishers Inc.
 38. Jensen, M.J. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945-1964. *Journal of Finance* 23, 389-416.
 39. Kandrács, C. (2023). A fenntartható gazdaság finanszírozása Magyarországon, lehetőségek és kihívások: dekarbonizáció, zöld átállás, fenntartható pénzügyek, központi bank. *Pénzügyi Szemle*, 69(1), 29–45. https://doi.org/10.35551/PFQ_2023_1_2
 40. Knight, F. H. (1921). *Risk, Uncertainty, and Profit*, Boston MA: Hart, Schaffner and Marx; Houghton Mifflin.
 41. Kupiec, P.H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The Journal of Derivatives*, 3 N(2), 73-84.
 42. Lakatos, A. L. & Botos, Á. (2024). Tőzsdei döntéshozatal a kilátáselmélet tükrében. *Pénzügyi Szemle*(2), 63-89. https://doi.org/10.35551/PFQ_2024_2_3
 43. Lucas, E.C. (2003). Cálculo do VaR utilizando acoplamentos e teoria de valores extremos. Thesis, IMECC – Unicamp, Campinas.
 44. Mansini, R., Ogryczak, W. & Speranza, M.G. (2007). Conditional value at risk and related linear programming models for portfolio optimization. *Annals of Operations Research*, 152, 227–256. <https://doi.org/10.1007/s10479-006-0142-4>
 45. Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance* 7, 77-91.
 46. Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. Wiley, New York.
 47. Mladenovic Z., Miletic M., & Miletic S. (2012). Value at risk in European emerging economies: An empirical assessment of financial crisis period. Paper presented at the conference From Global Crisis to Economic Growth. Which Way to Take?, Belgrade, University of Belgrade, Faculty of Economics.
 48. Molak, V. (1997). *Fundamentals of risk analysis and risk management*. Lewis Publishers, New York.

49. Murinde, V. and Poshakwale, S. (2001). Volatility in the Emerging Stock Markets in Central and Eastern Europe: Evidence on Croatia, Czech Republic, Hungary, Poland, Russia and Slovakia. *European Research Studies* 4(3-4), 71-103.
50. Nelsen, R.B. (1999). *An Introduction to Copulas*, Springer, New York, NY.
51. Nurhayati, I., Endri, E., Suharti, T., Shinta Aminda, R., & Muniroh, L. (2021). The impact of COVID-19 on formation and evaluation of portfolio performance: A case of Indonesia. *Investment Management and Financial Innovations*, 18(3), 63-73. [https://doi.org/10.21511/imfi.18\(3\).2021.06](https://doi.org/10.21511/imfi.18(3).2021.06)
52. Pfaff, B., (2016). *Financial Risk Modelling and Portfolio Optimization with R*. John Wiley & Sons, Chichester, UK.
53. Pražák, T., & Stavárek, D. (2017). The relationship between stock market development and macroeconomic fundamentals in the Visegrad group. *Comparative Economic Research*, 20(3), 5-23.
54. Rigamonti, A. (2020). Mean-variance optimization is a good choice, but for other reasons than you might think. *Risks*, 8(1). <https://doi.org/10.3390/risks8010029>
55. Rigamonti, A. & Lučivjanská, K. (2024). Mean-semivariance portfolio optimization using minimum average partial', *Annals of Operations Research*, 34, 185-203 <https://doi.org/10.1007/s10479-022-04736-x>
56. Salahuddin, S., Kashif, M. & Rehman, M. U. (2020). A részvénytőzsdék időben változó integrációja és diverzifikációs lehetőségek a feltörekvő és határonapi piacokon. *Pénzügyi Szemle*, 65(2). 168-195. https://doi.org/10.35551/PFQ_2020_2_2
57. Sangeetha, S., Madane, K., & Muralidaran, J. (2021). Building an Efficient Portfolio Using Sharpe's Single Index Model (An Empirical Study with Reference to Nifty 50). *Asia-Pacific Journal of Management and Technology (AJMT)*, 2(2), 11-21. <https://doi.org/10.46977/apjmt.2021v02i02.002>
58. Sarykalin, S., Serraino, G. & Uryasev, S. (2008). Value-at-Risk vs. Conditional Value-at-Risk in risk management and optimization. *INFORMS Tutorials in Operations Research*, pp. 270-294.
59. Scherer, B. (2010). A New Look at Minimum Variance Investing. Social Science Research Network. Available at: <http://ssrn.com/abstract=1681306> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1681306>
60. Shachmurove, Y. (2000). Portfolio Analysis of Major Eastern European Stock Markets. *International Journal of Business* 5(2), 1-28.
61. Sharpe, W. F. (1994) The Sharpe ratio. *The Journal of Portfolio Management*. 21, 49-58.
62. Sharpe, W. F., (1961). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425-442. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>.
63. Smolović, J. C., Božović, M. L., & Vujošević, S. (2017). GARCH models in value at risk estimation: Empirical evidence from the Montenegrin stock exchange. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 30(1), 477-498. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2017.1305773>
64. Soegoto, H. S., Apsarini, F., & Mustapha, N. (2024). Measuring the risk and return of Indonesia's and United States Stock Index. *Journal of Eastern European and Central Asian Research (JEECAR)*, 11(2), 355-361. <https://doi.org/10.15549/jecar.v11i2.1701>

65. Stoica, O., Nucu, A. E., & Diaconasu, D. E. (2014). Interest rates and stock prices: evidence from Central and Eastern European Markets. *Emerging Markets Finance and Trade*, 50(sup4), 47-62. <https://doi.org/10.2753/ree1540-496x5004s403>
66. Su, B. J. (2015). Value-at-Risk Estimates of the Stock Indices in Developed and Emerging Markets Including the Spillover Effects of Currency Market. *Economic Modeling*, 46, 204-224.
67. Tarnoczi, T. & Kulcsar, E. (2013). The comparative risk and performance analysis of Hungarian and Romanian exchange indices. *Annals of Faculty of Economics, University of Oradea*, 1(2), 451-462.
68. Tarnóczy, T. & Fenyves, V. (2010). A vállalatértékelés komplex szimulációs modellje', Társadalomtudományi Csoport. *Acta Scientiarum Socialium. Universitas Kaposváriensis. Kaposvár.*, pp 95-107
69. Topor, D. I., Marin-Pantelescu, A., Socol, A. & Ivan, O. R., (2022). Decarbonization of the Romanian Economy: An ARDL and KRLS Approach of Ecological Footprint. *Amfiteatru Economic*, 24(61), 664-682. <https://doi.org/10.24818/EA/2022/61/664>
70. Toth, R., Kasa, R. & Lentner, C. (2023). Validating the financial literacy index of Hungarian SMEs during the COVID-19 pandemic and the Russian-Ukrainian War. *Risks* 11(4), 69, <https://doi.org/10.3390/risks11040069>
71. Venables, W. N., Ripley, B. D. (2008). 'The MASS Package'. cran.rproject.org.
72. Verma, M. & Hirpara J. R. (2016). Performance Evaluation of Portfolio using the Sharpe, Jensen, and Treynor Methods. *Scholars Journal of Economics, Business and Management*, 3(7): 382-390.
73. Vidal, M. & Vidal-García, J. (2024). Sharpe Ratio: International Evidence. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2765647> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2765647>
74. Wilson, R. & Shlyakhter, A. (1997) Uncertainty and Variability in Risk Analysis. in Molak, V. (ed.): *Fundamentals of risk analysis and risk management*. Chapter 1.3) Lewis Publishers (CRC Press, Inc.), New York.
75. Würtz D., Setz T., Chalabi Y., Chen, W. & Ellis A. (2009). *Portfolio Optimization with R/Rmetrics Update 2015 Rmetrics eBooks*. Rmetrics Association and Finance Online Publishing, Zürich.
76. Wuertz, D., Setz, T., Chalabi, Y. Chen, W. & Theussl, S. (2023), *Rmetrics – portfolio selection and optimization*
77. Yamai, Y. & Yoshihara, T. (2005). Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective. *Journal of Banking & Finance* 29, 997-1015
78. Zakarias V. A. & Tumewu, F. (2015). Evaluating portfolio performance of companies' stock listed in LQ45 based on Sharpe, Treynor and Jensen method. *Journal EMBA*, 3(2) 55-64.
79. Zhang, J. & Zhang, K. (2022). Portfolio selection models based on interval-valued conditional Value-at-Risk (ICVaR) and case study on the data from stock markets. *Fractal and Fractional*, 6(10), 536. <https://doi.org/10.3390/fractal-fract6100536>